

## 1. 실험 목표

경사면과 원주궤도를 따라서 쇠구슬을 굴리는 과정에서 쇠구슬의 회전운동 에너지를 포함하는 역학적 에너지의 보존을 관찰한다.

## 2. 실험 원리

경사면의 높이  $h$  되는 곳에서 반지름이  $r$ 이고 질량이  $m$ 인 쇠구슬이 정지상태에서 출발하여 굴러내려 오면 쇠구슬은 운동에너지를 가지며 또한 회전운동에 대한 관성모멘트를 가지게 된다. 역학적 에너지 보존법칙은 ( $y = h$ )

$$mgy = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 = \text{일정} \quad (1)$$

이다. 여기서  $v$ 와  $w$ 는 경사면 바닥에서 쇠구슬의 선속도와 각속도이다. 물체의 형태와 회전반지름에 따라 각기 고유한 관성모멘트를 가지게 된다. 이 쇠구슬의 관성모멘트  $I = 2mr^2/5$ 이며,  $v = rw$ 이므로 경사면 바닥에서 속력은

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \quad (2)$$

이다.

실제 실험에서는  $v = rw$ 의 관계는  $r$ 이 (원주)궤도와 쇠구슬의 회전중심축 사이의 거리로 바뀌어야 한다. (미끄러지지 않는다는 가정 아래에서)

쇠구슬이 높이  $h$ 에서 정지상태에서 출발하여 그림 1과 같은 경로를 굴러 내려 원형 트랙의 꼭짓점 T를 통과하는 경우, 꼭짓점 T에서 역학적 에너지의  $E_t$ 와 점 B에서 쇠구슬의 속력  $v_b$ 는 다음과 같이 구해진다.

### 1) 원형트랙 꼭짓점에서 역학적 에너지 $E_t$

원형트랙 꼭짓점 T에서의 운동에너지와 관성모멘트와 중력에 대한 위치에너지를 고려한 총역학적 에너지의 일반적 표현은

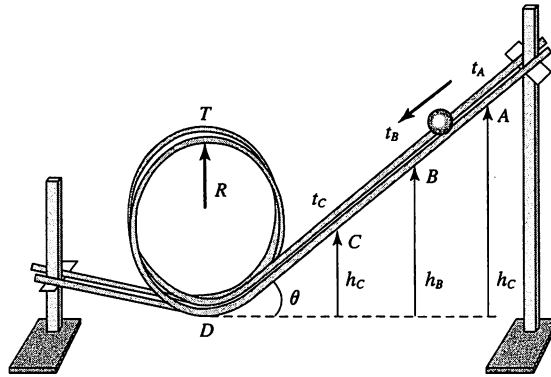


그림 1 쇠구슬의 공간운동

$$E_t = \frac{1}{2}mv_t^2 + \frac{1}{2}Iw_t^2 + 2mgR \quad (3)$$

이다. 여기서  $v_t$ 는 T에서 쇠구슬의 선속력,  $w_t$ 는 각속도로서  $v_t = rw_t$ 이며, R은 원형트랙의 반경이다.

쇠구슬이 점 T에 겨우 도달하는 경우, 구심력은 중력과 같으므로

$$\frac{mv_t^2}{R} = mg \quad (4)$$

이다. 식 (4)와  $I = 2mr^2/5$ ,  $v_t$ ,  $rw_t$ 의 관계를 식 (3)에 대입하면

$$E_t = \frac{27}{10}mgR \quad (5)$$

이다. 출발점과 점 T에서 역학적 에너지 보존법칙은

$$mgh = \frac{27}{10}mgR, \quad h = \frac{27}{10}R \quad (6)$$

로 표시된다.

## 2) 점 B에서의 속도 $v_b$

출발점과 점 B에서 역학적 에너지 보존법칙은 ( $y = h$ )

$$mgh = \frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}I\omega_b^2 \quad (7)$$

이다. 여기서  $v_b$ 는 점 B에서 쇠구슬의 선속력이고  $w_b$ 는 각속력이다.

식 (7)에서

$$v = \sqrt{\frac{10}{7}gh} \quad (8)$$

이며, 꼭짓점 T를 통과하는 경우에는 식 (6)이 성립하여야 하므로

$$v_b = \sqrt{\frac{27}{7}gR} \quad (9)$$

이 된다.

## 3) 점 B에서의 속도 $v_b$ 와 점 C의 속도 $v_c$ 의 관계

점 B와 C에서 역학적 에너지 보존법칙은(단,  $mgh$ 는 경사각이 주어질 경우)

$$\frac{1}{2}mv_b^2 + \frac{1}{2}I\omega_b^2 = \frac{1}{2}mv_c^2 + \frac{1}{2}I\omega_c^2 + mgH \quad (10)$$

이다. 여기서  $w_c$ 는 점 C에서 쇠구슬의 각속력이며, H는 기준점에서 트랙의 끝점인 점 C까지의 높이이다.

식 (10)을 정리하면

$$v_b^2 = v_c^2 + \frac{10}{7}gH \quad (11)$$

이다.

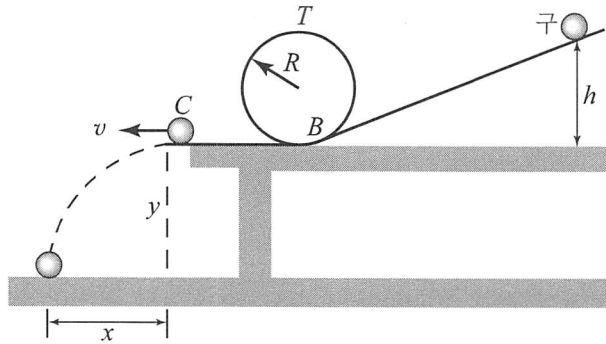


그림 2 쇠구슬의 공간운동 장치

#### 4) 포물선 운동

트랙의 끝점 C를 떠난 쇠구슬은 포물선 운동을 하여 지면에 떨어진다. 점 C의 수직선이 지면과 만나는 점을 좌표축의 원점으로 하고 지면과 평행한 방향을  $x$ 축, 수직방향을  $y$ 축으로 하면 그림 2 쇠구슬의 궤도는 다음 식으로 표현된다. 즉,

$$y = y_0 + (\tan\theta_0)x - \left(\frac{g}{2v_c^2 \cos^2\theta_0}\right)x^2 \quad (12)$$

이다. 여기서  $y_0$ 는 쇠구슬의 초기 위치의  $y$ 좌표이고,  $\theta_0$ 는 초기각이다. 이 쇠구슬이 지면에 떨어진 좌표를  $(x_f, 0)$ 로 표시하면 식 (12)에서

$$v_c^2 = \frac{gx_f^2}{2(y_0 + x_f \tan\theta_0) \cos^2\theta_0} \quad (13)$$

이다.

### 3. 실험기구 및 장치

- 쇠구슬의 공간운동장치
- 캘리퍼
- 줄자
- 종이와 먹지
- 수직기

#### 4. 실험 방법

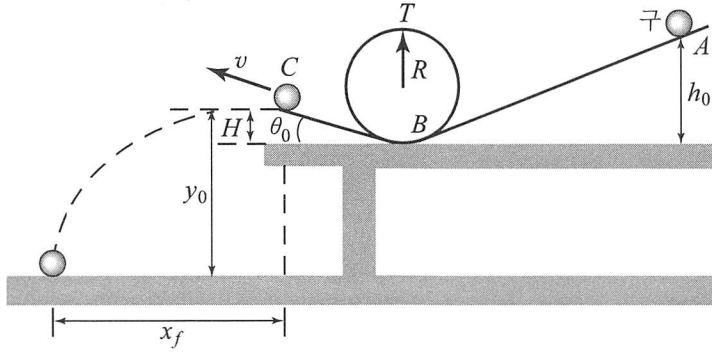


그림 3 쇠구슬의 공간운동 장치

- (1) 쇠구슬의 공간운동 장치를 그림 2와 같이 끝점 C가 수평을 유지하도록 실험대에 장치하고 트랙으로부터 지면까지의 거리  $y$ 를 측정한다.
- (2) 쇠구슬의 출발점의 높이를 변화시켜가면서 쇠구슬이 원형트랙의 꼭짓점 T를 간신히 접촉하면서 지나갈 때의 출발점의 높이  $h$ 를 측정한다.
- (3) 쇠구슬이 낙하되리라고 추정되는 위치에 먹지와 종이를 깔고 과정 (2)에서 정한 높이  $h$ 에서 쇠구슬이 굴러내려 수평거리  $x$ 를 5회 측정한다.
- (4) 점 C에서 쇠구슬의 속력  $v_{\text{실험}}$ 을  $x$ 와  $y$ 를 사용하여 계산한다.
- (5) 식 (2)에  $h$ 값을 대입하여 구한 쇠구슬의 속력  $v_{\text{이론}}$ 과 비교한다.
- (6)  $v_{\text{실험}}$ 과  $v_{\text{이론}}$ 이 같지 않다면 이유를 생각해보고 역학적 에너지의 손실  $\Delta E$ 를 계산하라.
- (7) 쇠구슬의 공간운동 장치를 그림 3과 같이 끝부분이 수평면과 각  $\theta_0$ 를 이루도록 설치하고 과정 (2)와 같은 실험을 높이  $h_0$ 를 측정하고, 점 C와 지면의 수직거리  $y_0$  및 원형트랙의 반경  $R$ 을 재어 기록한다.
- (8) 과정 (7)에서 측정한  $h_0$ 가 식 (6)을 만족시키는지를 검토하라.
- (9) 쇠구슬이 낙하되리라고 추정되는 위치에 먹지와 종이를 깔고 과정 (7)에서 정한 높이  $h_0$ 에서 굴러내려 수평거리  $x_f$ 를 5회 측정한다.

- (10) 과정 (7)과 (9)에서 측정한  $y_0$ ,  $\theta_0$  및  $x_f$ 의 값을 식 (13)에 대입하여  $v_{c\text{실험}}$ 을 계산하고 이를 식 (11)에 대입하여  $v_{b\text{실험}}$ 을 구한다.
- (11) 식 (9)에서  $v_{b\text{이론}}$ 을 계산하고 과정 (10)에서 구한  $v_{b\text{실험}}$ 과 비교하여 같지 않으면 이유를 생각해보고 과정 (6)에서 구한 역학적 에너지 손실  $\Delta E$ 를 고려하여  $v_{0\text{이론}}$ 을 계산한 후,  $v_{b\text{실험}}$ 과 다시 비교하여 검토하라.